5.1.1 Resolución de problemas que impliquen sumar o restar fracciones cuyos denominadores son múltiplos uno de otro.

Antes de que los alumnos aprendan algoritmos para sumar o restar fracciones comunes, es necesario que busquen estrategias de resolución que les permitan entender más adelante cualquier algoritmo que se les presente. Para este momento, ya identificaron fracciones equivalentes en situaciones de reparto y medición, realizaron sumas y restas de fracciones, basándose en resultados conocidos, en representaciones gráficas y en la transformación de las fracciones que intervenían para encontrar otras con igual denominador, dobles, triples, etcétera de una una fracción. Ahora, se les presentarán problemas aditivos que también involucren operaciones con dos fracciones, pero donde un denominador sea múltiplo del otro.

Aquí es el momento para que reflexionen acerca de que no siempre es necesario transformar ambas fracciones, si uno de los denominadores es múltiplo del otro. Por ejemplo, si se enfrentan a una operación como 2/3 + 1/6, sólo se necesita transformar los tercios en sextos y realizar la operación: 2/3 = 4/6; por tanto, 4/6 + 1/6 = 5/6. O bien, en una sustracción como 9/15 – 2/5, donde sabemos que 2/5 = 6/15; por tanto, se tiene 9/15 – 6/15 = 3/15 y simplificada, 1/5.

5.1.2 Anticipación del número de cifras del cociente de una división con números naturales.

El control de los resultados y la comprensión de las acciones realizadas para resolver un problema o un cálculo pueden facilitarse si se pueden estimar los cocientes a partir de las propiedades de las operaciones y de la relación de la división con la multiplicación. Por ejemplo, el cociente de 359 ÷ 3 tiene que ser un número mayor que 100, ya que 100 x 3 = 300, pero seguramente menor que 1000, ya que 1000 x 3 = 3000; por lo tanto, el cociente tendrá tres cifras. Esta afirmación fue obtenida a partir de encuadrar el cociente entre potencias de 10. Por otra parte, considerando que 359 está muy cerca de 360, y este número puede descomponerse como 300 + 60, se obtendrá una muy buena aproximación dando como cociente 120, dado que 300 ÷ 3 = 100 y 60 ÷ 3 = 20.

Puede verse que disponer de un repertorio amplio de resultados memorizados favorecerá establecer nuevas relaciones y realizar nuevos cálculos que a su vez seguirán enriqueciendo tal repertorio.

Es importante presentar a los alumnos cálculos en los que con frecuencia se detectan errores, discutir el motivo de esos errores y elaborar recursos de control para evitarlos. Por ejemplo, determinar mentalmente 707 ÷ 7 =, en el que aparece con frecuencia el resultado 11 en lugar de 101. La descomposición del número 707 como 700 + 7, permitirá controlar el resultado y desechar un resultado como 11, ya que el cociente debería ser del orden de “100 y algo”. Otro ejemplo es: Selecciona entre las tres opciones que se presentan el cociente exacto de la división 9 984 ÷ 128 sin efectuar el algoritmo.

a) 108 b) 78 c) 82

Si se trata de un cociente exacto, la cifra de las unidades tiene que ser 8, ya que el cociente multiplicado por el divisor, deberá dar 9 984. Considerando la cifra de las unidades se puede entonces eliminar el 82. De los dos números restantes, 108 debe ser descartado ya que 128 x 100 es 12 800 que resulta mucho mayor que el dividendo.

5.1.3 Conocimiento y uso de las relaciones entre los elementos de la división de números naturales.

Se continua el análisis de la relación $D = c \times d + r$ y $r < d$ para resolver problemas. Por ejemplo, “calcular el dividendo sabiendo que el divisor es 7, el cociente 31 y el residuo 5. ¿Cuántos números se pueden encontrar?” O bien, proponer una división en la cual el divisor sea 4 y el cociente sea 21 y preguntar: ¿Hay una sola división o hay más de una? ¿Cuántas hay? Los alumnos pueden darse cuenta que pueden obtener 84 ÷ 4 = 21 con residuo 0, 85 ÷ 4 = 21 con residuo 1, 86 ÷ 4 = 21 con residuo 2 y 87 ÷ 4 = 21 con residuo 3, pero que si dicen 88 ÷ 4, el cociente cambia, pues si dejaran 21 el residuo sería igual al divisor.

Por otra parte, se tratará de analizar ciertas propiedades de la división. Por ejemplo, 30 dividido entre 7 da 4 en el cociente y 2 de residuo. Al duplicar el dividendo y dejar el mismo divisor, es decir, 60 dividido entre 7, da 8 (doble del cociente anterior) y además se obtiene 4 de residuo. Se puede preguntar si sucederá lo mismo para cualquier par de números que se tomen como dividendo y divisor. Aquí pueden observar que esto no ocurre en todos los casos, por ejemplo, si se trata de dividir 34 entre 7.

Se propiciará una búsqueda de diferentes ejemplos, sin pretender que los alumnos establezcan las condiciones generales, en las cuales ocurre tal conjetura.

5.1.4 Identificación de rectas paralelas, secantes y perpendiculares en el plano, así como de ángulos rectos, agudos y obtusos.

La idea es caracterizar rectas paralelas y perpendiculares y no solamente asociar el nombre con una posición determinada. Así, las rectas secantes son las que tienen un punto en común, las perpendiculares son las secantes que determinan cuatro ángulos congruentes. Y las rectas paralelas son las perpendiculares a una misma recta. (Esta definición exige más de lo que debiera, ya que no es necesario que los ángulos sean rectos, es suficiente con que sean congruentes los ángulos correspondientes, pero es válida como un conocimiento transitorio.) Tratar también la definición de rectas paralelas como las que no son secantes y utilizar las relaciones de inclusión, por ejemplo, “todas las rectas perpendiculares entre sí son secantes”, “algunas rectas secantes son perpendiculares”, etcétera.

Construcción de ángulos rectos, rectas paralelas y perpendiculares por plegado de una hoja. Uso de la regla y la escuadra para trazar rectas perpendiculares (en diferentes posiciones) y paralelas. Reconocimiento de rectas perpendiculares y paralelas con ayuda de una escuadra.

5.1.5 Lectura de planos y mapas viales. Interpretación y diseño de trayectorias.

Se trata en primer lugar de identificar los códigos de planos o mapas viales y luego realizar observaciones sobre espacios conocidos o próximos al lugar de residencia. Se debe comentar sobre la forma adecuada de colocar el plano y, posteriormente, analizar diferentes trayectorias para ir de un lugar a otro, ya sea a pie o de acuerdo con el medio de transporte que se use.

Con el apoyo de croquis de lugares conocidos, hacer una descripción oral sobre su ubicación. Por ejemplo, si se trata de un sector urbano, se pueden distinguir las avenidas que están próximas a la escuela o algún edificio significativo, indicando el norte hacia la parte superior de la hoja. En otro sentido, los alumnos pueden dibujar trayectorias para indicar cómo se puede llegar a un lugar determinado o cuál es la vía más rápida.

En vinculación con actividades deportivas, se pueden describir recorridos que se realicen si se acostumbra correr o caminar. Se pueden proponer juegos donde sea necesario tomar acuerdos sobre cómo representarlos gráficamente y después realizarlos para comprobar si fueron claras las trayectorias indicadas.

5.1.6 Conocimiento y uso de unidades estándar de capacidad y peso: el litro, el mililitro, el gramo, el kilogramo y la tonelada.

Buscar en cajas de medicamentos, dosificadores, envases, vasos graduados, etcétera, la indicación de la capacidad. Seguramente aparecerán medidas de volumen, pero no se tratarán en este grado; lo que interesa es distinguir el litro del mililitro.

Lo mismo para el gramo, el kilogramo y los usos de la tonelada (en los contextos donde aparece como unidad de medida).

Se trata de conocer las relaciones entre unidades estándares de peso y capacidad. En relación con “Sentido numérico y pensamiento algebraico”, utilizar fracciones usuales de esas unidades decimales o no, como 1/2, 3/4, 1/4 de kilogramo o litro. No se trata solamente de ver el uso cotidiano en el vocabulario, sino de proponer actividades en las que efectivamente haya que determinar medio kilogramo a partir, por ejemplo, de un paquete con un kilogramo de azúcar y el uso de una báscula.

Plantear el uso de unidades diferentes para un mismo elemento, por ejemplo, litro o kilogramo de helado o de crema.

5.1.7 Análisis de las relaciones entre unidades de tiempo.

Usar unidades adecuadas para el tiempo geológico, histórico, en relación con la vida de una persona, con el transcurso de un año, con actividades cotidianas, etcétera. En relación con el eje “Sentido numérico y pensamiento algebraico” señalar y comparar lo irregular de los agrupamientos con respecto al sistema decimal de numeración.

Establecer equivalencias entre la unidades: hora, minutos y segundos; meses y años; años y lustros, décadas y siglos, etc.

Sobre una recta (línea de tiempo) representar el tiempo histórico en siglos, usando los números romanos, y analizar cómo se corresponde esa designación con los números decimales. Así, la llegada de Colón a América sucedió en 1492, esto es en el siglo XV.

5.1.8 Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (dobles, triples, valor unitario).

Los problemas multiplicativos llamados “de valor faltante” son aquellos en los que se conocen tres datos y es necesario encontrar otro de ellos (u otros), disponiendo de distintas informaciones. Por lo tanto, se trata aquí de trabajar situaciones como las que se ejemplifican a continuación.

Ejemplo 1: se usan tablas para poder plantear problemas en los que se desconocen varios valores y no uno solo.

Cajas	Libros
1	
5	60
	2400

Ejemplo 2: los valores unitarios son “compuestos”, es decir, están formados por varias subunidades: “Los chicles se venden a razón de tres chicles por $2.00, ¿cuántos chicles se pueden comprar con $8.00? ¿Cuánto cuestan 15 chicles?, ¿y 18 chicles?”

En este grado debe darse la oportunidad a los alumnos de evolucionar sus procedimientos hacia la utilización de la multiplicación y división de enteros, en tanto factores internos; por ejemplo, para calcular el costo de seis chicles, se puede aplicar el factor interno que consiste en dos veces lo que se paga por tres chicles. Por este motivo se debe preguntar por valores que guardan una relación de enteros, por ejemplo, solicitar el precio de 15 chicles, pero no de 16.

Ejemplo 3: a cada conjunto del valor inicial, corresponden varios valores en el conjunto final.

Cajas	Golosinas		
	Chocolates	Paletas	Caramelos
1	2		
3		15	12
	20	50	

5.2.1 Conocimiento de diversas representaciones de un número fraccionario: con cifras, mediante la recta numérica, con superficies, etc. Análisis de las relaciones entre la fracción y el todo.

Las actividades de ubicación de fracciones en la recta numérica brindan la oportunidad a los alumnos para avanzar, tanto en el conocimiento de las fracciones como de la relación que guardan entre sí. Por ejemplo, si se trata de ubicar 7/3, algunos alumnos graduarán en tercios todos los segmentos unitarios, desde el 0 hasta el 4. Otros, sin embargo, reconocerán que 7/3 es igual a 2 + 1/3, por lo tanto, no necesitarán realizar tales particiones y sólo dividirán en tres partes iguales el segmento que va de 2 a 3.

El docente organizará discusiones de análisis de los distintos procedimientos, en cuanto a su economía, comprensión y precisión.

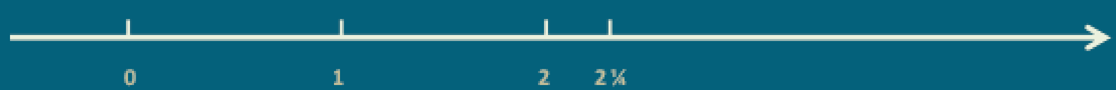
Se podrá, además, plantear la representación de fracciones a partir de distintas informaciones como: ubicar 5/3 y 6/4 conociendo la ubicación del 0 y de 1/2; o ubicar 5/6 y 1/12 conociendo la ubicación del 0 y de 2/3.

Imaginar la representación de una cantidad de diversas formas favorece la comprensión de su significado y su uso en diversos contextos.

Por ejemplo, la cantidad dos enteros y un cuarto se puede representar:

- Numéricamente como: 2 ¼; 1 + 1 + ¼; ½ + ½ + ½ + ½ + ¼; etc.
- Mediante superficies:

- En la recta numérica:



Es importante insistir en que se analice la relación entre la fracción y la unidad de referencia. Por ejemplo, si se reparte medio litro de jugo entre tres personas, ¿qué cantidad de jugo le toca a cada una?

Es probable que muchos alumnos respondan que a cada persona le toca 1/3 de litro, sin considerar que la unidad de referencia en este caso es ½ litro, así que la respuesta correcta será 1/3 de medio litro o 1/6 de litro.

5.2.3 Resolución de problemas que impliquen una división de números naturales con cociente decimal.

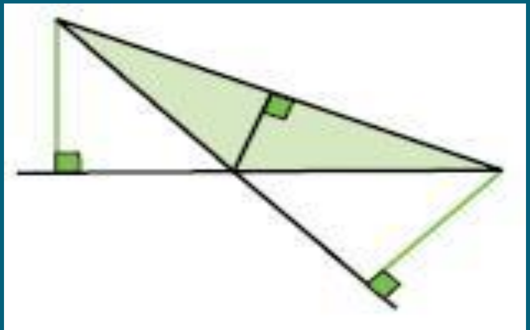
El principio en el que se basa el algoritmo para la división de números naturales con cociente decimal constituye una extensión del que se venía usando para cocientes enteros: el residuo entero se convierte en décimos para seguir dividiendo. Los décimos sobrantes se convierten en centésimos, etcétera, y por lo tanto, se separan de los enteros con un punto decimal. A continuación se dan dos recomendaciones:

- Permitir que los alumnos exploren algunos caminos antes de manejar el algoritmo convencional para encontrar cocientes decimales, al resolver problemas como los siguientes: se pagaron $490.00 por 200 lápices. ¿Cuánto costó cada lápiz? En este caso, es probable que los alumnos descompongan el 490 en 400 + 90, para facilitarse el proceso. Cuatro niños se quieren repartir 150 pesos, ¿cuánto le tocará a cada uno? Se va a dividir una tira de cartoncillo de 3 metros en 8 partes iguales, ¿cuánto medirá cada parte?
- Al principio hay que plantear divisiones cuyo cociente pueda expresarse de manera exacta con décimos, centésimos o milésimos.

Cabe señalar que en este grado escolar el estudio de la división de números naturales con cociente decimal se hace con problemas del tipo partición o reparto. Los problemas de división del tipo “comparación” con cociente decimal son más complejos, ´por ejemplo, el precio de una mercancía pasó de $2 a $5 en 3 años, ¿cuántas veces aumentó? Este tipo de problemas se estudian en grados posteriores.

5.2.4 Localización y trazo de las alturas en diferentes triángulos.

Se trata de definir la altura de un triángulo como el segmento perpendicular a un lado o a su prolongación, trazado desde el vértice opuesto. Por lo que todo triángulo tiene 3 alturas. Por ejemplo, al siguiente triángulo obtusángulo se le han trazado sus tres alturas.



Es fundamental el trazado de las tres alturas de triángulos en diferentes posiciones para comprender la fórmula que permite calcular el área de un triángulo cualquiera. Se sugiere además identificar bases y alturas correspondientes en triángulos obtenidos al trazar una diagonal en cuadrados, rectángulos, trapecios y paralelogramos.

5.2.5 Reproducción de figuras usando una cuadrícula en diferentes posiciones como sistema de referencia.

Este conocimiento requiere que los niños establezcan una correspondencia entre puntos, segmentos, figuras, etcétera, basándose en las posiciones relativas de los mismos.

Sobre una red (cuadriculada, triangular, etcétera, con las rectas trazadas o en una red de puntos igualmente distribuidos) se da un modelo para reproducir en otra red del mismo tamaño. También se puede plantear que comuniquen qué puntos se deben unir para reproducir la figura. Se verifica por superposición (en relación con la noción de congruencia).

Se sugiere cambiar los tamaños de las cuadrículas; las estrategias para identificar las casillas pueden variar si se trabaja sobre una hoja o sobre un patio de juegos. También se sugiere considerar diferentes posiciones (en una cuadrícula sobre una mesa o en una cuadrícula sobre el pizarrón). Por ejemplo, reproducir en una cuadrícula trazada sobre una hoja, un modelo pintado en otra cuadrícula más grande que está en el pizarrón.

5.2.6 Construcción y uso de la fórmula para calcular el área de paralelogramos (rombo y romboide).

Los alumnos ya saben que cuando una figura se transforma, conserva su misma área, y por lo tanto, se pueden basar en esta idea para transformar el romboide en un rectángulo y de esto concluir que la fórmula para calcular su área es la misma. En este caso, será muy importante que tengan claridad acerca de cuál es la altura del romboide y no la confundan con la longitud de uno de sus lados.

De igual forma, dado un rombo, pueden dividirlo en 4 triángulos rectángulos para formar un rectángulo, como se muestra abajo, y con base en las relaciones que establezcan, determinen una fórmula para calcular el área del rombo. En este momento no han obtenido una fórmula para el área del triángulo, por lo que este recurso puede retomarse más adelante.

Es importante que los alumnos comprendan bien lo que están haciendo, con la finalidad de que si olvidan las fórmulas, tengan elementos para reconstruirlas.

5.2.7 Identificación y aplicación del factor constante de proporcionalidad (con números naturales) en casos sencillos.

Se pueden presentar problemas en los que sea necesario aplicar un factor de proporcionalidad para establecer correspondencias entre dos magnitudes de la misma naturaleza, por ejemplo, en cierta tienda los precios actuales son el doble de los que tenía el año anterior. Calcular los precios actuales de varios productos, conociendo los precios del año anterior. Como en otros casos de relaciones entre datos, es importante que los alumnos lleguen a formular esta interrelación en términos de ideas como, siempre hay que multiplicar por 2 para obtener el precio actual.

Otra situación posible que puede plantearse es en relación con las escalas, por ejemplo, construir una figura cuyos lados midan *n* veces más o *n* veces menos que los de una figura ya construida.

En los ejemplos anteriores se aplica un factor de proporcionalidad ya indicado. Identificar el factor suele ser más difícil. Algunos de éstos pueden referirse a escala, por ejemplo, un lado mide 2 cm en el dibujo original y debe medir 6 cm en la copia. Calcular la medida de los demás lados en la copia. Los alumnos pueden inferir la fórmula: “Medida de un lado de la copia = medida del lado correspondiente de la figura original multiplicada por 3”. Puede ocurrir que algunos alumnos piensen que la relación constante entre las medidas es “más 4” en lugar de “por 3”, en ese caso conviene que apliquen la relación aditiva y tracen la figura; observarán que ésta se deforma.

Otro contexto es el de intercambio. Por ejemplo, “por cada 2 cupones azules se dan 6 amarillos. Al calcular la cantidad de cupones amarillos que se dan para diferentes cantidades de azules, los alumnos pueden determinar que “siempre se multiplica por 3”. Este hallazgo debería servir también para obtener nuevos valores.

La identificación de un factor constante también puede ejercitarse, a veces, sin contexto, por ejemplo, en una tabla se presentan dos conjuntos de números relacionados uno a uno y se pide determinar cuál es el número −que sea siempre el mismo− por el que hay que multiplicar los valores del primer conjunto para obtener los valores del otro conjunto.

En todos los casos se trabajará con factores enteros y con números pequeños, cuyas relaciones puedan ser determinadas con facilidad por los alumnos.

5.3.1 Comparación de fracciones con distinto denominador, mediante diversos recursos.

Es conveniente empezar con la comparación de casos sencillos como aquellos en los que no hace falta obtener un denominador común, por ejemplo, cuando las fracciones tienen el mismo denominador o mismo numerador o cuando una fracción es mayor que la unidad y la otra menor. También se debe propiciar que los alumnos anticipen qué fracción es mayor o menor y argumenten su decisión. Después, pueden comprobar sus respuestas construyendo las partes de la unidad que corresponden a esas fracciones, o bien, representarlas gráficamente. Del mismo modo, podrán determinar que distintas fracciones pueden representar el mismo número, ya que anteriormente han obtenido fracciones equivalentes estableciendo la propiedad que caracteriza a las fracciones equivalentes y que les permite generarlas: multiplicar o dividir el numerador y el denominador por un mismo número natural. Por ejemplo, 2/3 y 4/6. Es importante discutir en la clase que si bien tanto el numerador como el denominador de la segunda fracción son mayores que el numerador y denominador de la primera, no sucede que la segunda fracción sea mayor que la primera, ya que ambas representan el mismo número.

También es recomendable usar la recta numérica para verificar el resultado de las comparaciones.

5.3.2 Uso del cálculo mental para resolver adiciones y sustracciones con números fraccionarios y decimales.

Con la finalidad de que se faciliten los cálculos mentales donde intervienen las fracciones y los números decimales, es necesario que los alumnos también dispongan de resultados memorizados y de otros recursos como:

- Dobles y mitades de fracciones: doble de 1/3; mitad de 6/5; mitad de 3/4, etcétera.
- Sumas de fracciones más usuales: 1/2 + 1/4 =; 1/2 + 3/4 =; 2/3 + 1 =…
- Suma de decimales de la forma: a + b = 1; a + b = 10…
- Restas de la forma: 1 – 0.25 =; 10 – 1.50 =…
- Encuadramiento de decimales y fracciones entre dos enteros:
  31 **<** 31.24 **<** 32; 1 **<** 8/5 **<** 2…
- Encuadramiento de decimales entre dos números decimales con una cifra decimal: 5.1 **<** 5.189 **<** 5.2

5.3.3 Análisis de las relaciones entre los términos de la división, en particular, la relación r = D – (d x c), a través de la obtención del residuo en una división hecha en la calculadora.

En la resolución de problemas de división y en otros temas relacionados, los alumnos han empezado a establecer algunas relaciones entre los elementos de una división: dividendo (D), divisor (d), cociente (c) y residuo (r). Se trata ahora de estudiar nuevas relaciones. Por ejemplo, pedir que inventen divisiones que puedan ser resueltas mentalmente y cuyo residuo sea 200. En un principio los alumnos prueban con distintos números y con frecuencia presentan divisiones en las cuales el residuo es mayor que el divisor, por ejemplo, 600 ÷ 2 = 200 y residuo 200. Puede verse que se verifica la primera condición de la división, ya que D = c x d + r; sin embargo, no cumple con la que señala que el residuo debe ser menor que el divisor; así que esa respuesta es incorrecta. Este ejercicio permite tomar conciencia de esa propiedad que no siempre se explicita en clase: en la división se busca el mayor cociente que multiplicado por el divisor sea igual o se acerque lo más posible al dividendo.

Existen muchas igualdades en las que D = d x c + r, pero sólo una en la que además se cumple que r < d.

Al producir muchas divisiones con esas características, los alumnos pueden descubrir que a partir de una de esas divisiones, por ejemplo, 500 dividido entre 300 con cociente 1 y residuo 200 se pueden obtener otras con el mismo residuo, cada vez que se le sume 300 al dividendo. Al hacerlo se obtienen cocientes sucesivos: 1, 2, 3,… mientras que el residuo se mantiene igual a 200.

La condición de que las divisiones inventadas puedan ser resueltas mentalmente, centra la actividad de los alumnos en las relaciones entre los datos y no en la complejidad de los cálculos.

5.3.4 Construcción de cuerpos geométricos con distintos materiales (incluyendo cono, cilindro y esfera). Análisis de sus características referentes a la forma y el número de caras, vértices y aristas.

Se trata de la construcción de cuerpos con distintos materiales (sólidos con plastilina, recortando panes de jabón, con popotes y plastilina, cubriéndolos con figuras) para estudiar sus propiedades. Al contar caras, aristas y vértices, se sugiere incluir conos (una arista, dos caras, un vértice), cilindros (dos aristas, tres caras, cero vértices) y esferas (cero aristas, una cara, cero vértices), toro (una dona, cero aristas, una cara, cero vértices), semiesfera (una arista, dos caras, cero vértices).

En vinculación con el eje “Manejo de la información” los alumnos pueden construir tablas en las que consignen, para cada cuerpo, el resultado del conteo de aristas, caras y vértices, e inclusive distingan la cantidad de caras planas, aristas curvas, etcétera.

Usar cuantificadores como “todos” y “algunos” cuerpos con base en ciertas propiedades.

Verificar por algún medio experimental las propiedades enunciadas, por ejemplo, encontrar técnicas para hacer sellos y no olvidarse de una cara, o verificar que todos los sellos que se pueden realizar con las caras son polígonos, o todas sus aristas son curvas, etcétera.

5.3.5 Descripción oral o escrita de rutas para ir de un lugar a otro.

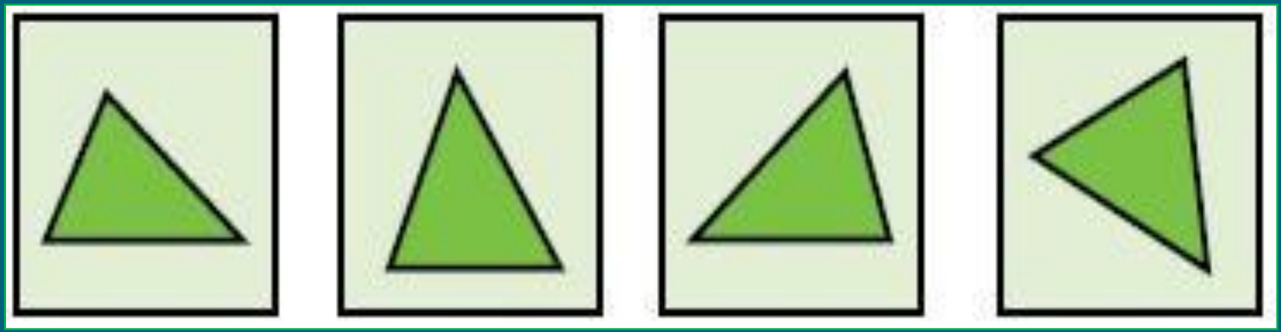
Es importante que este contenido no se limite a un ejercicio de oralidad o expresión escrita, sino que apunte a la reflexión sobre aspectos matemáticos implicados en la ubicación espacial, por ejemplo, el cálculo y comparación de distancias, el uso de sistemas de referencia y de la escala. Algunos ejemplos sobre el tipo de problemas que se pueden plantear son:

Seguir o trazar caminos alternativos para desplazarse de un lugar a otro cuando hay diagonales, calles que no son rectas, etcétera. ¿Cuál es el camino más corto a pie? ¿Qué conviene más, ir a pie o tomar algún medio de transporte?

En zonas urbanas, se puede elegir una ruta según el medio de transporte que se use. Por ejemplo, determinar la ruta más corta para ir de un punto a otro si se aborda el metro. En zonas rurales se pueden tomar algunos puntos de referencia conocidos por los habitantes del lugar como: “subes hasta la cruz, te pasas al otro lado del río y ahí ves la casa de Dionisio.”

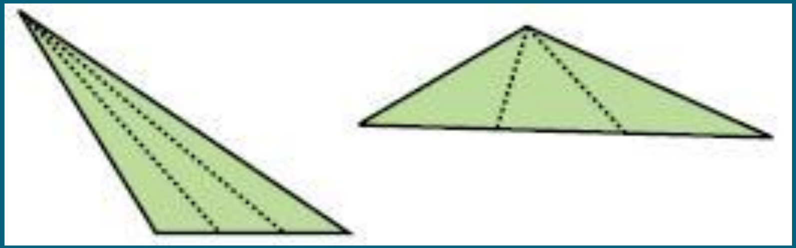
5.3.6 Construcción de una fórmula para calcular el área del triángulo y el trapecio.

Descomponer paralelogramos en triángulos trazando una diagonal, para deducir la fórmula del área del triángulo. Estudiar las relaciones entre el área y las medidas de la base y altura en triángulos diversos, manteniendo una de ellas constante. Identificar los tres pares (base-altura) en un triángulo, calcular el área tomando las medidas de cada par y comentar los resultados. También, dados triángulos congruentes trazados sobre una hoja, cada grupo calcula el área e indica qué base y altura utilizó; comparar los resultados obtenidos.

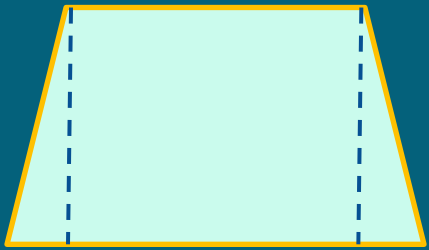


Otra actividad vinculada fuertemente con la comprensión de la relación entre base, altura y área en triángulos lo ofrece la subdivisión en dos, tres o más segmentos congruentes del lado considerado como base y preguntar: ¿Cómo es la base y la altura de cada uno de los triángulos que surgen de la subdivisión? En vinculación con el reconocimiento de equivalencia de área, ¿cómo son las áreas de los triángulos que surgen de cada subdivisión?

Se puede inferir que cuando los triángulos son iguales, entonces las áreas también lo son, pero no siempre es verdadero que cuando las áreas son iguales, los triángulos sean congruentes.



Para deducir el área del trapecio se puede dar oportunidad a los alumnos de descomponer en figuras “convenientes” (porque son conocidas, porque ya tenemos la fórmula para calcular el área, etcétera) y mostrar la fórmula como una decisión económica para el cálculo, como se observa enseguida:



5.3.7 Identificación de múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado y las medidas agrarias.

Anteriormente los alumnos elaboraron un metro cuadrado y un centímetro cuadrado, se puede elaborar también el decímetro cuadrado y usarlos para ver la equivalencia entre ellos.

Al analizar los múltiplos del metro cuadrado (dam^2, hm^2 y km^2), introducir la hectárea y el área como unidades empleadas para medir ciertas superficies de tierra. Plantear problemas donde se empleen estas unidades.

En relación con el eje "Manejo de la información", interpretar precios dados por unidad de superficie (en metros cuadrados y en medidas agrarias), o rendimiento de un grano en toneladas por unidad de superficie, etcétera.

5.3.8 Análisis de procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante (suma término a término, cálculo de un valor intermedio, aplicación del factor constante).

Se propondrán situaciones en las que el valor unitario no es un dato que se dé en el problema, pero se conoce la correspondencia entre otros valores. Para resolverlas, se pueden utilizar distintos procedimientos, por ejemplo, aquellos que se basan en la conservación de las razones internas (al doble le corresponde el doble, etcétera) y, en algunos casos, deberá ser necesario determinar el valor unitario u otro valor. Por ejemplo, "Por cuatro pelotas de esponja se pagaron $16.00. ¿Cuánto hay que pagar por seis pelotas?" Es posible resolver calculando el valor de una pelota o de dos.

Se presentarán situaciones que incluyan dos reglas sucesivas de correspondencia, del tipo "por cada *n*, *m*", por ejemplo, "Luisa trabaja en Monterrey. De cada cinco pesos que gana ahorra tres y de cada 12 pesos que ahorra manda siete a su mamá que vive en Oaxaca. La semana pasada ganó 1 000 pesos, ¿cuánto le mandará a su mamá?"

5.4.1 Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y algunos sistemas de numeración no posicionales, como el egipcio o el romano.

Se analizarán las características de los sistemas de numeración: número de símbolos necesarios para representar todos los números, descomposiciones aritméticas, existencia o no del cero, número de veces que se puede repetir un símbolo, etcétera.

En relación con el sistema romano, además de considerarlo un sistema aún presente en algunos objetos de uso cotidiano o que permite identificar los siglos, se enfatizará el análisis de las reglas de formación de los números y la comparación con el sistema decimal.

La dificultad del sistema romano para realizar operaciones permitirá comprender la influencia del sistema decimal en el desarrollo de los algoritmos de cálculo.

Se puede elaborar una tabla donde se escriba una misma cantidad (fecha, etc.) con los símbolos de los diferentes sistemas de numeración, para que comparen las ventajas o desventajas que tienen con respecto al sistema decimal.

5.4.2 Identificación de la regularidad en sucesiones con números (incluyendo números fraccionarios) que tengan progresión aritmética, para encontrar términos faltantes o continuar la sucesión..

El estudio de sucesiones con progresión aritmética se inició en segundo grado y se ha venido trabajando en tercero y cuarto grado, específicamente en los contenidos 3.3.3 y 4.1.3, respectivamente. Ahora, se pretende continuar el estudio de sucesiones con progresión aritmética con números más complejos como son las fracciones. Por ejemplo, dada la siguiente sucesión, ¿cuál es la regularidad que presenta?

1/2, 1, 3/2, 2, 5/2, …

Al analizar los términos de la sucesión, la diferencia entre un término y otro consecutivo es 1/2; por lo que la regularidad o patrón es que cada término de la sucesión se obtiene sumando 1/2 al término anterior.

La idea central es que los alumnos identifiquen la regularidad; luego, que la apliquen para encontrar términos faltantes o encontrar los siguientes términos de la sucesión. Para ello, se sugiere proponer situaciones como por ejemplo:

- ¿Cuál es el término que falta en la siguiente sucesión? 1/8, 1/4, 3/8, ____, 5/8 …
- ¿Cuál es el término que continúa la siguiente sucesión? ¼, ½, ¾, 1, 1 ¼, 1 ½, ….
- ¿Cuáles son los primeros diez términos de la sucesión, si el primer término es 2 y la diferencia entre dos términos consecutivos es 1/3?

5.4.3 Resolución de problemas que impliquen sumas o restas de fracciones comunes con denominadores diferentes.

Las recomendaciones que se hicieron para el tema de comparación de fracciones con denominadores diferentes son pertinentes también para la suma y resta de fracciones. Es conveniente seguir planteando problemas en los que los alumnos, después de encontrar el resultado de un problema de suma o resta, tengan la posibilidad de argumentar su respuesta y de verificar sus resultados de alguna manera, por ejemplo, usando la recta numérica.

En este grado se espera que los alumnos adquieran cierto dominio de la suma de fracciones usando fracciones equivalentes con las cuales ya han realizado algún trabajo anteriormente. Aún así, es común que los alumnos realicen operaciones con las fracciones como si fuesen números naturales, por ejemplo, al sumar 1/3 + 2/4 dan como resultado 3/7. Es estos casos será importante ayudarles a ver que 3/7 es menor que cualquiera de los sumandos, por lo cual no puede ser el resultado de esa suma.

5.4.4 Análisis de las relaciones entre la multiplicación y la división como operaciones inversas.

Se trata de lograr que los alumnos establezcan relaciones entre la multiplicación y la división, como operaciones inversas. Por ejemplo, si se sabe que 35 x 24 = 840, encontrar el resultado de 840/24 y 840/35.
También que observen las relaciones al interior de ambas operaciones; por ejemplo, que adviertan la relación de proporcionalidad que existe entre los factores y el producto. Si un factor aumenta o disminuye al doble el producto aumenta o disminuye en la misma proporción:
Si 20 x 4 = 80, entonces 20 x 8 = 160, 10 x 4 = 40, 60 x 4 = 240, etc. O bien, si se sabe que 476 x 36 = 17 136, calcular 476 x 360; 4 760 x 3 600, etcétera.

En relación con las propiedades de la división. Por ejemplo, si se sabe que 12 ÷ 4 = 3, calcular 120 ÷ 40; 1200 ÷ 400, etc. O bien, si 60 ÷ 5 = 12, calcular 60 ÷ 15, 60 ÷10, 120 ÷ 5, etcétera.

5.4.5 Interpretación y descripción de la ubicación de objetos en el espacio, especificando dos o más puntos de referencia.

En este momento se les pedirá a los alumnos describir e interpretar consignas que indiquen la ubicación de objetos en un espacio, “organizado” o no.

Por ejemplo, pedir que ubiquen objetos iguales que se encuentran en diferentes puntos y que observen la necesidad de dar algunos puntos de referencia que les permitan distinguir cuál es el que se les pide.

- Que ubiquen en un armario un objeto que está a la izquierda, en el tercer estante, empezando a contar de arriba, o bien, que localicen otro que está en primer cajón de la izquierda.

- Que den las indicaciones suficientes y necesarias para que un compañero ubique un objeto dentro de un conjunto dado.

5.4.6 Construcción de una fórmula para calcular el perímetro de polígonos, ya sea como resultado de la suma de lados o como producto.

La idea es hacer un polígono cualquiera (regular o irregular, convexo o no, incluso de diferentes tamaños, en el patio o en una hoja de papel), medir sus lados y calcular el perímetro.

Si se tiene un polígono trazado sobre una hoja de papel se puede tomar la longitud de sus lados con el compás y yuxtaponerlos sobre una recta y luego medir con la regla o yuxtaponerlos directamente sobre la regla.

Lo importante es que los alumnos construyan la idea de que la suma de la longitud de sus lados es una forma de conocer el perímetro de cualquier polígono. En el caso de los polígonos regulares, habrán de llegar a la expresión en forma de producto.

De igual forma, plantearles que determinen de la longitud de los lados de un polígono regular, por ejemplo un triángulo equilátero, si su perímetro es 14.6 cm. ¿Hay un único triángulo que tenga ese perímetro? ¿Por qué?
Construir un rectángulo cuyo perímetro es 26.8 cm. ¿Habrá un único rectángulo que cumpla con esta condición? ¿Por qué?

5.4.7 Resolución de problemas en los que sea necesaria la conversión entre los múltiplos y submúltiplos del metro, del litro y del kilogramo.

En este momento se trabajarán las equivalencias con los múltiplos y submúltiplos del metro, el litro y el kilogramo, por ser éstas unidades muy usuales en cualquier contexto. Sin embargo, es importante estudiar sistemáticamente algunas otras unidades del Sistema Internacional de Medidas (SI), buscar equivalencias, describir medidas con escritura decimal, realizar conversiones que exijan multiplicaciones y divisiones por potencias de 10, etcétera. Por ejemplo, ¿cuántos litros de agua se necesitan para llenar 30 vasos de 250 ml?

Analizar las equivalencias cuando aparecen números decimales complementará la comprensión de estas unidades. Por ejemplo, si se lee que un insecto de jardín mide 1.5 cm, significa que mide 1 cm más 5 mm, o bien, 15 mm.

5.4.8 Análisis de las convenciones para la construcción de gráficas de barras.

Cuando es necesario comparar dos muestras, las gráficas de barras permiten ilustrar visualmente el tamaño de cada una de ellas.
Los alumnos ya han interpretado la información que proporciona una gráfica de barras, ahora es necesario que reflexionen acerca de las convenciones que existen para su elaboración.

Antes de analizar los aspectos formales de las gráficas convencionales, se deberá partir de gráficas que ellos elaboren, las cuales deben analizarse y perfeccionarse en la clase, a fin de comunicar más claramente la información que desean
.
En las tablas, los alumnos deberán habituarse a indicar en cada gráfica la distribución que se está graficando, las variables que se representan en cada eje y su graduación. La precisión de los trazos en este caso es fundamental, ya que debe permitir la apreciación visual de la información correcta.

5.5.1 Análisis de las similitudes y diferencias entre el sistema decimal de numeración y el sistema maya.

Los sistemas de numeración que utilizan o han utilizado diversos grupos sociales y culturales, como el romano, el sexagesimal de los babilonios o el vigesimal de los mayas, si bien permiten representar cualquier número, no ofrecen las posibilidades del sistema decimal de numeración para efectuar operaciones.

Se deben plantear actividades para que los alumnos analicen diferentes formas de representar y nombrar números, resaltando las ventajas y desventajas de cada sistema, así como las dificultades de su construcción a lo largo de la historia. Incluso, en el caso del sistema decimal de numeración es muy importante analizar el sistema oral (o escrito con letras), que a diferencia del escrito (en cifras), no es posicional y se descompone con base en potencias de mil, como puede verse en el nombre del siguiente número: 38 005 326 (treinta y ocho millones, cinco mil trescientos veintiséis), esto es, 38 x 1 000000 + 5 x 1 000 + 326. Si en el entorno sociocultural de los alumnos existe un sistema numérico o de medidas distinto del decimal, es conveniente dedicar tiempo a analizarlo con base en las características que ya conocen, tanto del sistema decimal como de otros sistemas.

5.5.2 Uso de la expresión *n*/*m* para representar el cociente de una medida entera (*n*) entre un número natural (*m*): (2 pasteles entre 3; 5 metros entre 4, etcétera).

Anteriormente los alumnos aprendieron a encontrar el resultado de un reparto como “3 pasteles entre 4 niños” haciendo o representando el reparto. Se trata ahora de que logren anticipar que la fracción que resulta de dividir *n* unidades en *m* partes, equivale a *n*/*m* de la unidad. Esto puede pensarse de la siguiente manera: suponer que la división se hace unidad por unidad, por ejemplo, si en el reparto “4 pasteles entre 5” se repartieron los pasteles uno por uno, de cada pastel tocará a cada quien 1/5, por lo tanto de los cuatro pasteles tocan 4/5.

Resolver varios problemas de reparto manteniendo constante el divisor: un pastel entre 5 niños, dos pasteles entre 5 niños, tres pasteles entre 5 niños, etcétera, lo que permite observar que conforme el dividendo (número de pasteles) pasa de 1 a 2 a 3 a 4, etcétera, al resultado le ocurre lo mismo (pasa de 1/5 a 2/5 a 3/5…). Esto ayuda a establecer también que en un reparto como 4 pasteles entre 5 niños, debe tocar a cada quien 4 veces lo que tocaría si el reparto fuera de un solo pastel, por lo que 4 pasteles entre 5 niños es igual a 4 veces 1/5.

Otro problema que se puede plantear es el siguiente: en cinco pasos, el robot A avanza 1 unidad, el robot B avanza 2 unidades, el robot C avanza 3, ¿cuánto avanza cada uno en un solo paso?

5.5.3 Identificación de la regularidad en sucesiones con números que tengan progresión geométrica, para establecer si un término (cercano) pertenece o no a la sucesión.

Ya antes los alumnos han trabajado en la búsqueda de patrones, en la descripción de la regularidad existente en una sucesión de números o de figuras y en encontrar el elemento faltante o determinar si un número o una figura pertenecen o no a la sucesión. Todo esto se ha realizado cuando la progresión es aritmética; ahora se trata de hacer un trabajo semejante pero cuando la sucesión es geométrica, esto es, cuando el siguiente elemento de la sucesión se obtiene multiplicando al anterior por un número cualquiera (natural), pero que es constante (llamado razón) en toda la sucesión.

Por ejemplo, escribir los números que faltan en la siguiente sucesión: 7, 21, 63, ___, 563, ___. En este caso podemos observar que la razón entre los números de la sucesión es 3, es decir, el número de la derecha se obtiene al multiplicar el anterior por 3.

¿El número 15309 pertenece a la sucesión?

También se les puede decir que un equipo establezca una regularidad determinada y otro equipo trate de escribir una sucesión que cumpla con ella. Por ejemplo, que digan: la regularidad consiste en multiplicar por 7 y la sucesión debe empezar desde el número 2.

En este caso, se puede preguntar: ¿el número 33614 pertenece a la sucesión? ¿Se obtendrán los mismos números si se empieza la sucesión a partir del 1? Es conveniente dejar que los alumnos anticipen su respuesta y que después la comprueben. Finalmente se puede pedir que traten de encontrar una justificación.

5.5.4 Resolución de problemas que impliquen multiplicaciones de números decimales por números naturales, con el apoyo de la suma iterada.

Una vez que los alumnos saben sumar medidas fraccionarias o decimales, pueden resolver problemas que impliquen multiplicar dichas medidas por números naturales, utilizando la suma. Por ejemplo, “se forma una tubería uniendo 7 tramos de 0.75 metros, ¿cuánto mide la tubería de largo?” Deben sumar 7 veces 0.75 m. Posteriormente, pueden establecer un algoritmo para resolver estas multiplicaciones. Estos casos son sencillos porque el factor que indica el número de veces (7 tramos) es entero. Cuando dicho factor es decimal, el sentido de la multiplicación es mucho más complejo, por lo que esas multiplicaciones se estudian hasta sexto grado y con procedimientos formales en secundaria.

En el contexto del dinero no se presenta mayor dificultad por el uso constante de dos cifras decimales. Por ejemplo, “María compra siete cuadernos de $6.50 ¿le alcanzará para pagar con los $50.00 que tiene?”

En un principio esta suma puede ser realizada adicionando por una parte los 50 centavos del precio de cada cuaderno, lo que daría $3.50 y por otra los pesos, dando como total $45.50.

5.5.5 Distinción entre círculo y circunferencia; su definición y diversas formas de trazo. Identificación de algunos elementos importantes como radio, diámetro y centro.

Determinar en un primer momento con regla muchos puntos que estén a una distancia dada de otro considerado fijo. Cuando se trazan muchos puntos con esa condición, se empieza a percibir una circunferencia y entonces surge el compás como el instrumento que permite marcar rápidamente todos los puntos del plano que cumplen esa condición. Esta actividad es importante para comprender la definición de circunferencia. Diferenciar entre círculo y circunferencia.

Trazar circunferencias con hilo y un punto fijo (como hacen los jardineros), determinar el centro de una circunferencia que se trazó siguiendo el borde de un plato o un vaso sobre una hoja de papel, o sobre una superficie que no se puede plegar.

Pedir a los alumnos que tracen segmentos de recta que unan dos puntos opuestos en la circunferencia. Llamar diámetro al que pasa por el centro del círculo; observar que un diámetro está formado por dos radios. El diámetro es eje de simetría del círculo, la intersección de dos diámetros es el centro del círculo, etc.
Trazar circunferencias dada la medida del diámetro o la del radio.

5.5.6 Interpretación de sistemas de referencia distintos a las coordenadas cartesianas.

Ya antes se trató de identificar las casillas de una cuadrícula; ahora se trata de retomar y profundizar esas actividades. En un patio embaldosado, en el aula, y luego sobre una cuadrícula, hacer juegos de comunicación para determinar la posición de algo o alguien, sin haber fijado previamente el sistema. Pueden surgir mensajes del tipo: “Está en la casilla de la tercera fila y cuarta columna”, sin precisar desde dónde se empieza a contar.

Otra actividad que puede plantearse para representar posiciones en el plano consiste en colocar una ficha en un cuadro del tablero de ajedrez y comunicar la posición a otros alumnos de modo que puedan ubicar la posición de la misma. Una actividad más consiste en que, a partir del trazado de una cuadrícula sobre un dibujo o una foto encuentren objetos elegidos en secreto de la imagen mediante juegos de comunicación acerca de dónde está, pero sin comunicar las características del objeto. También se puede recurrir al juego de “la batalla naval”.

Se trata de que surja la necesidad de establecer códigos de referencia y tener un punto de partida común, es decir, determinar el punto al que le corresponden las coordenadas (0, 0).

5.5.7 Relación del tanto por ciento con la expresión *n* de cada 100. Relación del 50%, 25%, 20%, 10% con las fracciones 1/2, 1/4, 1/5, 1/10, respectivamente

Se plantean problemas en los que una correspondencia del tipo *n* de cada 100 funciona como constante. Por ejemplo, en un supermercado, por cada $100.00 de compra se regala un bono de $2.00, ¿cuánto dinero en bonos regalarán por una compra de $200.00? ¿Y por $300.00? ¿Y por $450.00? Otro ejemplo en el contexto de tratamiento de la información es: si 25 de cada 100 personas votaron por el candidato A y el total de votantes fue de 25 000 personas, ¿cuántas personas votaron en total por A?

Para resolver estos problemas se podrán utilizar procedimientos similares a los empleados en los problemas de valor faltante. Las cantidades a las que se aplica el porcentaje, al principio, deben ser múltiplos de 100.

Se pueden plantear también problemas de comparación de razones en los que sea sencillo y ventajoso convertir a razones equivalentes cuyo antecedente es 100, por ejemplo, si en una tienda A descuentan $3.00 por cada $20.00 de compra y en una tienda B ofrecen $6.00 por cada $50.00 de compra, una manera de comparar consiste en calcular cuánto descuentan en cada una de las tiendas por cada $100.00 de compra: A descuenta $15.00 y B descuenta $12.00.

A partir de cierto momento se empezará a usar la escritura *n*% para indicar "*n* de cada 100" y se relacionará con la expresión en forma de fracción: *n*/100. Se espera que en este grado los alumnos puedan identificar las fracciones simplificadas que corresponden a los porcentajes: 50%, 25%, 75%, 20%, 10%. Es recomendable que apliquen estos porcentajes tanto a cantidades discretas (personas, dinero) como a cantidades continuas (superficies).

5.5.8 Cálculo de la media (promedio). Análisis de su pertinencia con respecto a la moda como dato representativo en situaciones diversas.

La media o promedio es una buena forma para realizar la estimación de una cantidad desconocida, cuando se han hecho varias medidas de ésta. Por ejemplo, si 8 alumnos pesan un objeto pequeño con un mismo instrumento, se pueden obtener diferentes valores; en este caso una buena estimación del peso real estará dada por la media.

Se presentarán problemas que impliquen la búsqueda de promedios y modas (con la cual se trabajó en cuarto grado), en particular algunos en los cuales se pueda discutir la pertinencia de una u otra medida. Por ejemplo, el caso de una empresa en la que los sueldos de los empleados son: $6000, $5500, $2500, $2000, $2000, $1000, $600, $600, $500, $500, $500, $500, $500, $500, $500; el promedio es $1 580; sin embargo ésta, no es una medida representativa de los sueldos que ofrece esa empresa.